TEMA O ACTIVIDAD: Probabilidades OA 14	
ASIGNATURA: Matemáticas	
PROFESOR/A: Marcela Lillo López	
CURSO: 1° medio A/B	FECHA: 23 al 27 de noviembre.
UNIDAD: Probabilidades OA 14	
OBJETIVO DE LA CLASE: Desarrollar la regla multiplicativa de las probabilidades	
INDICADOR DE APRENDIZAJE: Resuelven problemas de la vida diaria que involucran la regla multiplicativa.	
INSTRUCCIONES GENERALES : Para responder revisa tus guías, libro de primero medio	

Conceptos

- La probabilidad de la intersección de dos eventos A y B se calcula como:

$$P(A \cap B) = P(B) \bullet P(A|B),$$

donde P(A|B) corresponde a la probabilidad del evento A dada la ocurrencia del evento B. Se conoce como probabilidad condicional.

- **Dos eventos son independientes** si $P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$, o en forma equivalente, dos eventos son independientes si la realización de uno no afecta la probabilidad del otro, es decir, $P(A|B) = P(A)$.

Estas propiedades se conocen como reglas multiplicativas de la probabilidad.

Ejemplo 1 Se lanza un dado honesto de seis caras. Se definen los siguientes eventos:

- A: El puntaje obtenido es un número mayor que 2.
- B: El puntaje obtenido es un número menor que 5.

Calcula la probabilidad del evento A|B donde:

1 Describes el espacio muestral y los eventos.

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $A = \{3, 4, 5, 6\}$ $B = \{1, 2, 3, 4\}$

El evento A|B corresponde a los elementos de A dado que ocurrió B, es decir,

$A|B= \{3, 4\}$, ya que en el contexto de que ocurrió B el espacio muestral se reduce a 4 elementos, de los cuales solo 2 pertenecen a A.

2 Sin aplicar una fórmula, obtienes que $P(A|B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$.

3 Para aplicar la fórmula, se debe conocer:

$P(A) = \frac{4}{6}$ $P(B) = \frac{4}{6}$ $P(A \cap B) = \frac{2}{6}$

4 Aplicas la fórmula. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{4}{6}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$

Ejemplo 2

Considera el experimento de lanzar dos veces una moneda al aire y observar el resultado que se obtiene. Considera los siguientes eventos:

A: En el primer lanzamiento se obtiene una cara.

B: En el segundo lanzamiento se obtiene una cara.

Los eventos A y B, ¿son independientes?

1 Describes el espacio muestral y los eventos.

$\Omega = \{cc, cs, sc, ss\}$ $A = \{cc, cs\}$ $B = \{sc, cc\}$ $A \cap B = \{cc\}$

2 Calculas la probabilidad de los eventos A, B y de su intersección.

$P(A) = \frac{1}{2}$ $P(B) = \frac{1}{2}$ $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

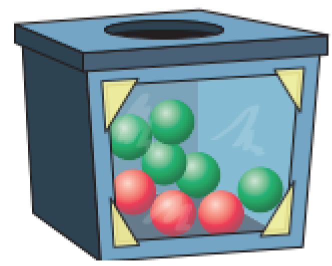
3 Compruebas que los eventos sean independientes usando la definición:

$P(A) \bullet P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = P(A \cap B)$

Respuesta: Los eventos son independientes. Esto también se refleja en el hecho de que los resultados de lanzar una moneda no tienen relación con los resultados obtenidos en otros lanzamie**ntos.**

Ejemplo 3

Se extrae una bolita al azar de una urna como la de la imagen. Se observa su color y luego se devuelve agregando otras 7 bolitas del mismo color.



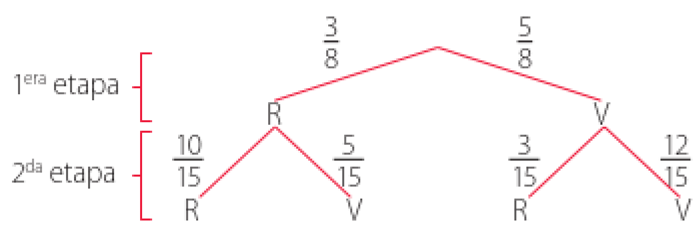
Considera los eventos A y B.

• A : En la primera extracción se obtiene una bolita roja.

• B : En la segunda extracción se obtiene una bolita roja.

¿Son independientes los eventos A y B?

1 Usando un diagrama de árbol, en cada etapa debes asignar las probabilidades correspondientes según las características del experimento en esa etapa. El siguiente diagrama de árbol representa las probabilidades de los resultados de cada etapa, donde R corresponde al color rojo y V, al color verde.



La probabilidad del evento A es $\frac{3}{8}$, porque en la primera etapa hay 8 bolitas y solo 3 son rojas.

La probabilidad del evento B se obtiene considerando las dos ramas cuya segunda etapa considere una bola roja. En cada rama se multiplican las probabilidades y luego se suman.

$$P(B) = \frac{3}{8} \cdot \frac{10}{15} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{15} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

La probabilidad de la intersección se consigue considerando la rama que cumple con la descripción de ambos eventos, es decir, que en ambas extracciones salga una bolita roja.

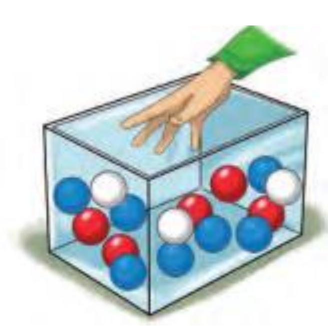
$$P(A \cap B) = \frac{3}{8} \cdot \frac{10}{15} = \frac{1}{4}.$$

Compruebas si los eventos son independientes usando la definición

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64} \neq \frac{1}{4} = P(A \cap B)$$

Ejercicios

1. Claudia extrae sin mirar una bolita de la urna que se muestra en la imagen, anota su color y la devuelve. Luego, vuelve a sacar otra y anota su color.



a. Da un ejemplo de dos eventos independientes.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolitas sean del mismo color?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolitas sean de colores distintos?

d. ¿Cómo cambian las probabilidades anteriores si el experimento se realiza sin devolver la bolita a la urna?

e. Si las bolitas no se devuelven a la urna, los eventos que planeaste en el ítem a, ¿siguen siendo independientes?

Reglas multiplicativas de la probabilidad

1. Marca con un ✓ o una **x** si los siguientes pares de sucesos son dependientes o independientes, respectivamente. Justifica tu respuesta.

a. _____De una baraja inglesa, extraer un as y sacar una carta roja.

b. _____De una baraja inglesa, extraer un corazón y sacar una carta roja.

c. _____En el lanzamiento de dos dados, obtener siete puntos y obtener dos números iguales.

d_____. En el lanzamiento de un dado, sacar un número primo y sacar un número menor que 3.

2. La siguiente tabla de contingencia muestra la cantidad de participantes en una corrida de cierta localidad según las siguientes categorías:

Las tablas de contingencia son aquellas en las que se resume y organiza la información según dos o más criterios.

	Masculino	Femenino	Total
Adolescente	25	15	40
Adulto	125	70	195
Sénior	75	90	165
Total	225	175	400

Si se elige una persona al azar, calcula:

a. La probabilidad de que sea una corredora, sabiendo que pertenece a la categoría sénior.

b. La probabilidad de que sea de la categoría adulto, sabiendo que es un corredor.

c. Si se decide realizar otra corrida y premiar a alguien que pertenezca a la categoría (género-edad) que tenga más inscritos, ¿qué tipo de corredor es probable que reciba el premio?

3. Un estudio médico indica que, de una población de 1000 pacientes, 400 tienen diabetes, 500 son hombres y 200 de estos sufren hipertensión.

Además, 230 hombres tienen diabetes y 100 mujeres, hipertensión. Calcula la probabilidad de que uno de estos pacientes:

a. Tenga diabetes si es mujer.

b. Tenga diabetes si es hombre.

c. Tenga hipertensión si es mujer.

d. Tenga hipertensión si es hombre.

Realiza una tabla de contingencia

Si se decide realizar una campaña de salud para tomar conciencia de las cifras anteriores, ¿a quién debería estar dirigida la campaña si el objetivo es llegar a más del 35 % de la población? Argumenta.