Depto. de Matemáticas
Tercero Medio

GUIA N°1 NUMEROS COMPLEJOS

Nombre____

Objetivos de la guía: Conocer los números imaginarios. Resolver ecuaciones cuadráticas de números negativos. Resolver potencias de i.
Tiempo de desarrollo: 90 minutos.

NÚMEROS IMAGINARIOS:

Si tratamos de resolver la ecuación: $x^2 + 1 = 0$, no tiene solución en los números reales, ya que no existe ningún número real cuyo cuadrado sea negativo.

Ante esta dificultad, se creó un nuevo tipo de números denominados números imaginarios. La característica de estos números es que al elevarlos al cuadrado dan como resultado un número negativo.

Entre estos se distingue la unidad imaginaria que se simboliza por la letra i, y se define como:

$$i^2 = -1, \text{ es decir, } \quad i = \sqrt{-1}$$

Si la unidad imaginaria se multiplica por un factor real distinto de cero, damos origen a los llamados números imaginarios puros, que se simbolizan por bi.

Ejemplos: Son números imaginarios puros: $2i,\ -5i, -\sqrt{3}i,\ \sqrt[5]{10}i,\ etc.$

Ejercicios:

I. Expresa las siguientes raíces cuadradas de números negativos como números imaginarios puros:

1) $\sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot -1} = \sqrt{4}\sqrt{-1} = 2i$, ya que $\sqrt{4} = 2 \quad y \quad \sqrt{-1} = i$	2) $\sqrt{-13} = \sqrt{13}\sqrt{-1} = \sqrt{13}i$
3) $\sqrt{-25} =$	4) $\sqrt{-160} =$
5) $\sqrt{-7} =$	6) $\sqrt{-200} =$
7) $\sqrt{-48} =$	8) $\sqrt{-5a^2b^2} =$

II. Resuelve las siguientes ecuaciones en tu cuaderno:

1) $x^2 + 4 = 0$	2) $x^2 + 2 = 0$
3) $x^2 + \frac{4}{25} = 0$	4) $2x^2 + 32 = 0$
5) $x^2 + 30 = 0$	6) $4x^2 + 1 = 0$
7) $-x^2 - 300 = 0$	8) $x^2 + 12 = 0$
9) $5x^2 + 20 = 0$	10) $x^2 + 49 = 0$

También podemos sumar, restar, multiplicar o dividir números imaginarios entre sí o con números reales.

Ejemplos:

1) $6i + 2i = 8i$	2) $6i - 2i =$	3) $-5 \cdot 6i =$
4) $6i \cdot 2i = 12i^2 = 12 \cdot -1 = -12$	5) $\frac{6i - 7\cdot(5i - 2i)}{3i} =$	6) $(7i - 4i) \cdot (i + 3i) =$
7) $2i \cdot 4i =$	8) $\frac{12i - 3\cdot(6i - 2i)}{2i} =$	9) $(9i - 6i) \cdot (i + 6i) =$
10) $-4 \cdot 12i =$	11) $-5i \cdot 8i =$	12) $\frac{9i - 3\cdot(9i - 4i)}{3i} =$

Depto. de Matemáticas
Tercero Medio

POTENCIAS DE i:

Las potencias básicas o canónicas de la unidad imaginaria i se logran a partir de las primeras cuatro potencias de i. A partir de la quinta, las potencias se repiten en periodos de 4.

Potencias canónicas de i	***Potencia equivalente***
$i^1 = i$	i^{4n+1}
$i^2 = -1$	i^{4n+2}
$i^3 = i \cdot i^2 = -i$	i^{4n+3}
$i^4 = i^2 \cdot i^2 = 1$	i^{4n+4}

Las potencias de números imaginarios, al igual que las de los números reales, cumplen las siguientes propiedades: $i^0 = 1$

$$i^n \cdot i^m = i^{n+m}$$
$$(i^n)^m = i^{n \cdot m} n, m \in \mathbb{Z}_0^+$$

A partir de estas potencias canónicas de i, es posible caracterizar cualquier potencia de exponente mayor que 4.

Ejercicios:

I. Calcula las siguientes potencias:

1) $i^{23} = i^{20+3} = i^{4 \cdot 5+3} = -i$	2) $(i^{13})^{10} =$
3) $(i^4)^3 + (i^3)^2 =$	4) $i^3 + i^2 + 2i^5 =$
5) $i^{10} - 2i^{80} + 5i^{125} - 12i^{51} =$	6) $5i^{36} - 7i^{102} + i^{201} =$
7) $0{,}2i^{500} - 3i^{95} + 0{,}8i^{536} =$	8) $-i^{15} \cdot (i^{31} : i^{72}) \cdot i^{250} =$

II. Reduce cada expresión y exprésala como un número imaginario.

1) $\sqrt{-36} - \sqrt{-225} =$	2) $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{25} =$
3) $\sqrt{-9} + \sqrt{-36} =$	4) $\sqrt{-121} - \sqrt{-81} =$
5) $\sqrt{-34} =$	6) $\sqrt{-14} =$
1) $\sqrt{-256} =$	$\sqrt{-40} =$

III. Calcula el valor de las siguientes expresiones:

1) $-2\sqrt{-8} + 3\sqrt{-18} + \sqrt{-50} =$	2) $2x^2 + 50 = 0$
3) $2i^{1526} + 3i^{721} - 2i^{5867} =$	4) $\sqrt{-6} + \sqrt{-216} - \sqrt{-24} =$