

Guía de Matemáticas

Objetivo: Modelar situaciones o fenómenos cuyo modelo resultante sea la función potencia, inecuaciones

Representar conjuntos de números reales utilizando intervalos y realizar operaciones con intervalos.

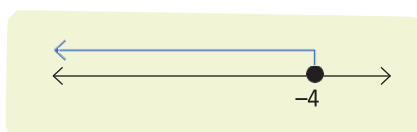
Intervalos de números reales

El conjunto de números reales que se encuentran entre otros dos números dados se puede representar mediante intervalos, con $a, b \in \mathbb{R}$ y $a < b$

Tipo de intervalo	Notación	Conjunto	Representación gráfica
Cerrado	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	
Abierto	$]a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	
Semiabierto	$[a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	
	$]a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	
No acotados o infinitos	$[a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	
	$]a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	
	$]-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$	
	$]-\infty, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / x < b\}$	

Representa como un intervalo el conjunto $\{x \in \mathbb{R} / 1,25 < x \leq 4,8\}$.

Respecto de la siguiente figura, ¿qué elementos están representados? Exprésalos como un conjunto, por comprensión, y utilizando notación de intervalos.



De la misma manera que pueden realizarse operaciones entre conjuntos, tales como su unión y su intersección, estas operaciones pueden extenderse a los intervalos, ya que, por definición, los intervalos son conjuntos de números reales.

En particular, nos concentraremos en la unión y la intersección de intervalos de números reales; por ejemplo, si tenemos los intervalos $A =]-1, 10[$ y $B = [5, +\infty[$ podemos determinar la unión $A \cup B$, considerando tanto los números que están entre -1 y 10 , ambos no incluidos, como los que son mayores o iguales que 5 .

Entonces, para determinar $A \cup B$ debemos incluir todos los valores de la recta que quedaron. Finalmente podemos concluir que $A \cup B =]-1, +\infty[$.

Por otra parte, podemos determinar la intersección $A \cap B$, que corresponde a los números que pertenecen a A y B simultáneamente. $A \cap B$ son los valores de la recta, es decir, $A \cap B = [5, 10[$.

Podemos concluir:

- Si se tienen dos intervalos A y B de números reales:
- la unión entre A y B ($A \cup B$) es otro intervalo que contiene todos los elementos de A y todos los elementos de B ;
- la intersección entre A y B ($A \cap B$) es otro intervalo que contiene los elementos que están en A y que también están en B . Si A y B no tienen elementos en común, la intersección entre A y B es el conjunto vacío, $\emptyset$

Actividad:

1.- Considera los intervalos $C = [1, 5]$ y $D =]7, +\infty[$. Determina $C \cap D$ y $C \cup D$.

Observa la representación gráfica de los intervalos C y D :



2.-Determina las siguientes uniones e intersecciones de intervalos. Expresa tu resultado como intervalo y represéntalo gráficamente en la recta real.

a. $[2, 5[\cup]3, 18[$

b. $] -5, 1] \cap (]1, 7[$

3. Dados los intervalos $A =]-\infty, 1[$, $B =]-3, 7]$, $C =]-4, 9[$ y $D = [7, +\infty[$, realiza las siguientes operaciones y representa la solución como un intervalo o como una unión o intersección de estos.

- a. $A \cup B$
- b. $A \cup D$
- c. $B \cap C$
- d. $(B \cap D) \cup C$
- e. $(A \cap B) \cup (C \cap D)$
- f. $(A \cup C) \cap (B \cup D)$

4. Responde las siguientes preguntas.

- a. ¿Con qué intervalo representarías el conjunto de los números reales positivos?, ¿y el de los números reales negativos?
- b. ¿Puedes representar el conjunto de los números naturales por medio de un intervalo? Justifica tu respuesta.